

8 класс

Общие принципы оценивания работ приведены в таблице.

баллы	правильность (ошибочность) решения
7	полное верное решение
6-7	верное решение с небольшими недочетами, не влияющими на решение
5-6	решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений и дополнений
2-3	доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи
0-1	рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	решение неверное, продвижения отсутствуют
0	решение отсутствует

В остальных задачах будут приведены примерные критерии.

1. Проходят ли прямые $y - 4x + 2 = 0$, $2y - 2x - 2 = 0$, $y - 8x + 6 = 0$ через одну точку?

Решение. Да, через точку $(1; 2)$.

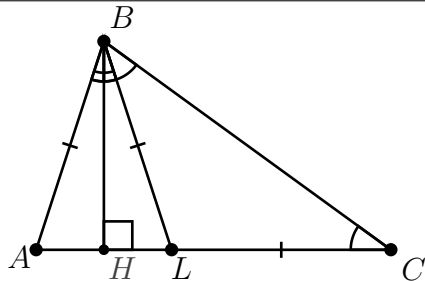
Критерии. 2 балла — найдена точка пересечения каких-то двух прямых; при этом задача не решена.

2. Произведение четырех последовательных натуральных чисел равно 1680. Найдите эти числа.

Решение. Разложим 1680 на простые множители: $1680 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 < 10^4$. Значит, по меньшей мере, некоторые из чисел — однозначные. Среди искомых есть 7. Раз число 1680 делится на 3, то среди последовательных чисел есть число, делящееся на 3. Это число меньше 9, значит, это число — 6. В наборе не может быть 10, значит, число, делящееся на 5 — это 5. Ответ: $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$.

Критерии. 2 балла — есть разложение 1680 простые на множители; при этом задача не решена; 4 балла — доказано, что среди чисел есть однозначные или что среди чисел есть число 7, либо число 6, либо число 5; при этом задача не решена.

3. В треугольнике ABC провели высоту BH и биссектрису BL . Оказалось, что треугольники ABL и LBC равнобедренные, а BH — высота равнобедренного треугольника ABL , проведенная к основанию AL . Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.



Решение. Из условия следует, что треугольник BLC равнобедренный тупоугольный. Следовательно, $\angle LBC = \angle BCL = 2\alpha$. Тогда из $\triangle ABL$ следует $\angle BAL = 90^\circ - \alpha$. Из теоремы о сумме углов треугольника следует $90^\circ - \alpha + 4\alpha + 2\alpha = 180^\circ$, т.е. $\alpha = 18^\circ$. Значит, углы треугольника: $\angle A = 72^\circ$, $\angle B = 72^\circ$, $\angle C = 36^\circ$.

Критерии. 2 балла - доказано, что именно $BL = LC$; при этом задача не решена.

4. В многоквартирном доме есть один злостный неплательщик, если он погасит задолженность, то в доме будет 24% неплательщиков, а если его выселят, то неплательщиков станет 25%. Укажите число жильцов в этом доме и какой процент неплательщиков сейчас в этом доме?

Решение. Пусть жителей в доме x человек. Тогда получим уравнение: $0,24 \cdot x = 0,25 \cdot (x - 1)$. Откуда получим, что жителей 25 человек. Значит, неплательщиков сейчас: $1 + 0,24 \cdot 25 = 7$ человек. Следовательно, сейчас неплательщиков 28% от всех жителей.

Критерии. 2 балла — ввели переменную и составили верное уравнение; 5 балла — верно найдено общее число жителей; при этом задача не решена.

5. В куче с камнями есть камни массой в 1 г, 2 г, 4 г, 5 г, 10 г, 15 г, 20 г, 25 г и 45 г. Вася и Петя забрали из кучи по 4 камня, причем масса камней Васи относится к массе камней Пети, как 3:2. Камень какой массы остался лежать в куче? Приведите пример, какие камни могли быть у Васи и Пети.

Решение. Масса всех камней, забранных Васей и Петей, кратна 5. Общая масса камней при делении на 5 дает остаток, равный 2, поэтому остаться в куче должен был камень в 2 г. При этом Петя мог забрать камни массы 5, 10, 15 и 20 г — всего 50 г, а Вася — 1, 4, 25, 45 г.

Критерии. 2 балла — только приведён пример; при этом задача не решена; 5 баллов — ответ получен и доказан, но пример не приведён.